Niveau(x) d'enseignement: 4 Numéro EDUQ : 0870467
Centre d'intérêt: 841

Séminaire Problèmes d'addition et de soustraction d'entiers relatifs : pré-expérimentation et projet de l'expérimentation (1983 : Université du Québec à Montréal).

Problèmes d'addition et de soustraction d'entiers relatifs : pré-expérimentation et projet de l'expérimentation / séminaire du Groupe d'étude sur les problèmes de représentation en enseignement des mathématiques, [9] févr. 1983 ; [présenté par] Daife Ahmed. -- [Montréal] : UQAM, CIRADE, [1983?].
12 f. ; 28 cm.

Référence : RC-GEPREM-002.

Vedette(s)-secondaire(s): Ahmed, Daife, éd * Université du Québec à Montréal. Groupe d'étude sur les problèmes de représentation en enseignement des mathématiques * Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherches sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s): Mathématiques * Arithmétique * Modèle * Secondaire (Ordre d'enseignement)

Identificateur(s) de sujet: Entiers relatifs

Le document présente le rapport d'un séminaire qui portait sur les problèmes d'addition et de soustraction d'entiers relatifs. Le travail sur les entiers relatifs consistait en l'analyse des modèles d'erreurs faites par un groupe d'élèves du secondaire II, III et IV et en l'étude des différents modèles d'enseignement d'entiers relatifs. Le texte présente d'abord les résultats obtenus lors de la pré-expérimentation de mai 1982 et, ensuite, donne les grandes lignes de l'expérimentation qui se déroula à l'automne 1982. Le but de la recherche est d'essayer de répondre à un certain nombre de questions concernant les modèles, de savoir jusqu'où un modèle peut être utile. Pourquoi utilise-t-on un modèle? Est-ce pour diminuer le nombre d'erreurs? Pour rendre plus simple certains types d'opérations? Est-ce que l'utilisation d'un modèle facilite la formulation algébrique d'un problème concret? Quelle est alors la durée de la période durant laquelle l'élève utilise le modèle? etc.

Type de document: r

EDUQ 8870467

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHES SUR L'APPRENTISSAGE ET LE DEVELOPPEMENT EN EDUCATION

cirade

Université du Québec à Montréal

EDUQ 8870467

Problèmes d'addition et de soustraction d'entiers relatifs: "Pré-expérimentation et projet de l'expérimentation"

Dalfe Ahmed

Séminaire du Groupe d'Etude
sur les Problèmes de Représentation
en Enseignement des Mathématiques
(GEPREM)

Février 1983 - CIRADE - UQAM

Référence RC-GEPREM-002

13125 ~ $23.40

PROBLEMES D'ADDITION ET DE SOUSTRACTION D'ENTIERS RELATIFS: "PRE-EXPERIMENTATION ET PROJET DE L'EXPERIMENTATION"

SEMINAIRE PRESENTE PAR

DAIFE AHMED

CIRADE

UNIVERSITE DU QUEBEC A MONTREAL

9 FEVRIER 1983

Notre travail sur les entiers relatifs consiste en l'analyse des "patterns" d'erreurs obtenus chez des groupes d'élèves de niveaux secondaire II, III et IV et en l'étude des différents modèles d'enseignement d'entiers relatifs.

Dans ce texte, nous verrons d'abord les résultats obtenus lors de la pré-expérimentation de mai 1982 et, ensuite, nous donnerons les grandes lignes de l'expérimentation qui se déroulera à l'automne prochain.

Pendant la pré-expérimentation, nous avons passé un test de vingt-sept items (neuf pour chacune des opérations d'addition, de soustraction et de multiplication) à un groupe de trente-cinq élèves. Lors de l'analyse des résultats, nous avons éliminé les copies où l'on retrouvait au plus deux erreurs. Pour le reste des copies, soit dix-huit sur trente-cinq, les tableaux des pages suivantes nous montrent les différentes réponses et le nombre d'erreurs pour chaque item, ainsi que le nombre d'erreurs commises par chaque sujet.

Tableau 1

Addition

Items \ Elèves	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	TOTAL
0+(+8)=																			0
(+4)+(+6)=													-10						1
(+8)+0=						-8													1
(+4)+(-12)=																			0
(+16)+(-5)=						-11		-11	9	-11	9					-11			6
(-6)+(+6)=																			0
(-6)+(+8)=								-2		-2						-2		-2	4
(-8)+(-5)=		13					13	-1			-23					13			5
(-5)+(-8)=		13					13	-3			-23					13			5
TOTAL	0	2	0	0	0	2	2	4	1	2	3	0	1	0	0	4	0	1	22

Tableau 2

Soustraction

Items \ Elèves	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	TOTAL
0-(-8)=				-8	-8	-8	-8				-8	0	-8			0		0	9
(+4)-(-6)=	-10			-10		-2	-2	-2			-2		-2			-2			8
(+8)-0=		0						-8				0				10			4
(+4)-(-12)=				-16		-8	-8				-8		-8			0			6
(+16)-(-5)=				-21		-11	7	7			9		11					-21	7
(-6)-(+6)=	-2	10	-2		2	2	-2	7	-2	-2	-2		-2	-2			-2	-2	14
(-4)-(+8)=	-2	10	2	7	-2	-2	2	7	2	-2	2		2	-2			-10		14
(-8)-(-5)=	13					-13	3	3											4
(-5)-(-8)=	13					-13	-3		-13		-3		-3				13	-3	8
TOTAL	5	3	2	5	3	8	8	6	3	2	7	2	7	2	0	4	3	4	74

Tableau 3

Multiplication

Item \ Elève	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	TOTAL
0x(-8)=				-8			-8	-8		-8				-8	-8		-80		7
(+4)x(-6)=													-28		24				2
(+8)x0=				8			8	8		8				8	8		80		7
(+4)x(-12)=								98	-42						48				3
(+10)x(-5)=		80	-85				80	?						-81					5
(-6)x(+4)=								?							24				2
(-4)x(+6)=				24			24	?					24		24				5
(-8)x(-5)=			45												-40				2
(-5)x(-8)=			45												-40				2
TOTAL	0	1	3	3	0	0	4	6	1	2	0	0	2	3	8	0	2	0	35

Le nombre de copies retenu étant de dix-huit, nous avons obtenu pour chaque opération, neuf fois seize items, pour un total de cent soixante-deux. Le nombre d'erreurs sur les items d'addition est de vingt-deux sur cent soixante-deux, ce qui correspond à un pourcentage de 13,58%. Pour la soustraction, le pourcentage est de 45,67%. Il est de 21,60% pour la multiplication.

Il ressort des entrevues passées avec quelques élèves les conclusions suivantes:

1) Pour l'addition, les items 5, 8 et 9 sont ceux qui ont causé le plus de difficultés aux élèves. Ce sont des items où l'on remarque la présence du signe -. Le nombre -11 est donné

quatre fois comme réponse à l'item 5. Le signe - provient d'une application de la règle des signes de la multiplication dans le cas de l'addition. Treize (13) est donné trois fois pour chacun des items 8 et 9 au lieu de -13.

2) Pour la soustraction, à part les items où l'on remarque la présence d'un zéro, les items 6 et 7 ont causé le plus de difficultés aux élèves.

Sur les quatorze réponses fausses à l'item 6 [(-6)-(+4)], -2 est donné dix fois. Dans la plupart des cas, les élèves appliquent la règle des signes d'une manière erronée ou, ayant de la difficulté avec le signe - de l'opération, ils laissent tomber ce dernier comme l'illustrent les entrevues des pages suivantes:

ELEVE 1:

Q: Comment tu as fait pour calculer (-6)-(+4)?

R: Je retranche (-6) de (+4).

Je pose $\begin{array}{r} -6 \\ -\ +4 \\ \hline -2 \end{array}$ Ça me donne -2.

Q: Et (-4)-(-8), pourquoi c'est +13?

R: + car - par - donne +.

On voit ici que l'élève a abandonné le signe - de l'opération dans le premier cas. Dans le deuxième, il a fait la somme de 8 et 5 et a donné la réponse avec un signe + en multipliant le - de l'opération et le moins de -8.

ELEVE 2:

Q: (-6)-(+4)=-2, peux-tu m'expliquer pourquoi?

R: - par + c'est -.

Q: Oui, mais comment as-tu trouvé le 2?

R: On fait -6+4.

Q: Et que fais-tu avec le signe - de l'opération?

R: Je l'abandonne.

Pour cet élève aussi, il a multiplié le signe de l'opération avec le signe du nombre qui se trouve à droite pour obtenir le signe de sa réponse.

ELEVE 3:

Q: Est-ce vrai que (-4)-(+6)=+2?

R: Oui, c'est +2.

Q: Peux-tu me dire pourquoi?

R: -4+6=2, c'est ça que je fais.

Q: Que fais-tu avec le signe - de l'opération?

R: Je le supprime.

Q: Pourquoi?

R: Parce que je veux connaftre le résultat.

Pour répondre à ce type d'item, d'autres élèves emploient les règles de calcul de l'addition. En voici un cas:

ELEVE 4:

Q: (+4)-(-6)=-2, comment tu fais ça?

R: -6 est plus grand que 4.

Q: Qu'est-ce que ça donne alors?

R: Le signe est - puis je fais 6-4.

L'élève suivant a une façon d'utiliser la règle des signes de la multiplication!

ELEVE 5:

Q: Pourquoi (-6)-(+4)=+2?

R: Je sais que - par - (le - de -6 et celui de l'opération) donne +. Ce dernier avec + de +4 donne un +, puis je fais 6-4 et j'obtiens +2.

L'entrevue suivante illustre le cas d'un élève qui utilise la règle de la soustraction comme addition de l'opposé de sa propre manière.

ELEVE 6:

Q: (-6)-(+4)=(+6)+(-4)=(+2).
Comment as-tu fait cela?

R: Je fais l'opposé de (-6)-(+4).

Q: Pourquoi?

R: Car on ne peut faire (-6)-(+4).

Q: Pourquoi?

R: On ne peut laisser le moins de l'opération, il faut alors trouver l'opposé du signe -, on aura donc (+6)+(-4).

Pour la multiplication, le 40% d'erreurs est lié à la présence d'un zéro. Dans le 6% qui reste, on trouve, en plus des erreurs de calcul, des erreurs qui proviennent de l'application de la règle de l'addition. En voici un exemple:

ELEVE 7:

Q: Pourquoi (+16)x(-5)=(+80)?

R: Le signe de +16 est plus grand que celui de -5. Il a dit le signe en voulant dire la valeur absolue.

On peut conclure de cette pré-expérimentation que, à part le problème de la présence du zéro, la majorité des erreurs proviennent d'une mauvaise utilisation des règles des opérations.

Lors de l'expérimentation, nous reprendrons l'analyse des patterns d'erreurs sur les trois opérations ainsi que l'étude des différents modèles d'enseignement des entiers relatifs.

Le but de notre recherche est, en plus d'analyser les erreurs des étudiants, d'essayer de répondre à un certain nombre de questions concernant les modèles. Ce qui nous préoccupe le plus est de savoir jusqu'où un modèle peut être utile. Pourquoi utilise-t-on un modèle? Est-ce pour diminuer le nombre d'erreurs? Pour rendre plus simple certains types d'opérations? Est-ce que l'utilisation d'un modèle facilite la formulation "algébrique" d'un problème concret? Quelle est alors la durée de la période pendant laquelle l'élève utilise le modèle? Deux opinions à ce sujet: la première est que le modèle est utilisé <u>au début</u> seulement; la deuxième dit que le modèle est peut-être significatif au point où l'élève peut y retourner en cas de difficulté.

Nous avons étudié différents modèles d'entiers relatifs. Notre intention est de prolonger cette étude d'une manière exhaustive. Il apparaît important, pour les fins de cette présentation, de distinguer entre modèles symboliques et modèles schématiques.

Par modèle symbolique, nous entendons un modèle qui introduit les entiers relatifs à l'aide de la notion de couple comme par exemple le modèle des nombres de couleurs. C'est un modèle où, au début, on présente à l'étudiant un jeu (ex.: parchési) dans lequel on peut perdre ou gagner. Le résultat final est écrit sous forme d'un couple (a,b) où a est le gain et b est la perte. Ensuite, les différents couples obtenus peuvent être regroupés dans des ensembles où on retrouve des couples congrus entre eux à l'intérieur d'un même ensemble. On représente alors l'ensemble obtenu à l'aide d'un nombre de couleur rouge si $a>b$, vert si $a<b$. La valeur absolue du nombre en question est $|a-b|$. Pour l'addition, à partir de l'addition de deux couples appartenant à des ensembles distincts, on arrive à dégager des règles pour cette opération concernant les nombres de couleur.

Pour ce type de modèles, les élèves s'habituent à <u>utiliser des règles</u> pour effectuer les opérations selon la convention du modèle sans faire appel à des images mentales.

Un modèle schématique est, contrairement à un modèle symbolique, un modèle qui permet à l'enfant l'utilisation d'images mentales. Ces images peuvent alors aider l'enfant à effectuer

certains types d'opérations sur les entiers relatifs.

Un exemple pour ce type de modèle est le modèle dit "de la maison dans le ciel". Un homme habite dans une maison dans le ciel à laquelle on peut suspendre soit des ballons, soit des sacs de sable. Un ballon déplace la maison de un mètre vers le haut tendis qu'un sac de sable effectue un déplacement de la maison de un mètre vers le bas. Pour additionner -2 et +3 l'élève doit penser à suspendre deux sacs de sable et trois ballons à la maison, qui se déplacera alors de deux mètres vers le bas puis de trois mètres vers le haut. Le résultat est alors un déplacement de un mètre vers le haut. L'idée de déplacement est alors utilisée dans ce modèle. La multiplication est abordée comme une addition ou une soustraction répétée. 2x(-3) est vu comme suspendre deux fois trois sacs de sable. On peut aussi lâcher des ballons ou des sacs de sable, ce qui permettra de définir la soustraction.

Notre hypothèse est qu'un modèle schématique faisant appel à des images mentales est plus utile pour les élèves qu'un modèle symbolique.

L'expérimentation se déroulera de deux manières. Dans un premier temps, on passera avec les élèves du secondaire III et IV des tests sur les opérations d'addition, de soustraction et de multiplication suivant la notation classique; c'est ce qu'on appelera les tests arithmétiques. Une semaine après, on repassera les mêmes questions dans des tests suivant le modèle d'ensei-

gnement suivi en secondaire II. Par exemple, dans le test arithmétique, on aura (-2)+(+3) et dans le test modèle, on aura 2+3; le 2 sera écrit en rouge et le 3 en vert, ou $2^{\Delta}+3^{\square}$. Entre les deux types de tests, il y aura des entrevues avec les élèves.

Par la suite, nous travaillerons avec deux groupes de secondaire II: un groupe suivra un enseignement selon le modèle schématique et l'autre groupe selon le modèle symbolique. Après l'introduction des relatifs et l'utilisation des notations adoptées pour chacun des modèles, nous reviendrons à la notation classique. Nous aurons alors à faire une traduction d'un symbolisme à un autre. Quinze jours après la fin de l'enseignement sur l'addition et la soustraction, nous passerons des tests arithmétiques pour les deux opérations d'addition et soustraction et, une semaine après, des tests modèles. Entre les deux séries de tests, nous réaliserons des entrevues avec certains élèves. Pendant les quinze jours déjà mentionnés, les élèves ne suivront aucun enseignement concernant les relatifs.

L'expérimentation nous permettra de voir si les élèves ayant réussi au niveau du test arithmétique ont réussi également ou non au niveau du test modèle. Ainsi, pour chaque item, nous aurons à remplir un tableau où l'on pourra voir les succès et les échecs des élèves pour chacun des deux tests. Le tableau aura la forme suivante:

Item no i		Test modèle	
		Succès	Echec
Test arithmétique	Echec		
	Succès		

Ces tableaux nous permettront de vérifier si les élèves réussissent plus dans un type de test que dans l'autre. On construira également, pour chacun des élèves, un tableau qui nous permettra de voir les succès de chacun pour chaque type de test. Ceci nous permettra alors de répondre à un bon nombre de questions préalablement posées.

FIN